

Finite-Differenzen-Modelle in der Hydrogeologie am Beispiel der Grundwasserströmung zwischen der Bornhöveder Seenkette und dem Großen Plöner See

JAN A. PIOTROWSKI und SVEN RUMOHR (Kiel)

1. Einführung

Mathematisch-numerische Methoden werden in der Grundwasserforschung und der hydrogeologischen Praxis seit Jahren eingesetzt. Dies betrifft in erster Linie die Untersuchung komplizierter hydrogeologischer Systeme inhomogener, anisotroper Aquifere mit zeitlich variierenden Randbedingungen wie z.B. Grundwasserneubildungsrate oder Vorfluterparameter. Obwohl es möglich ist, verschiedene Einflußgrößen, von denen die Dynamik eines Grundwasserleiters bestimmt wird, in einem Gleichungssystem zu erfassen, wäre die Lösung ohne leistungsfähige Computer praktisch undurchführbar.

Mit Hilfe numerischer Modelle können die realen hydrogeologischen Verhältnisse vereinfacht simuliert werden und, auf der Basis der Modellanpassung an aktuelle Verhältnisse, z.B. Prognosen über zukünftige Grundwasserstandsschwankungen infolge globaler Klimaänderungen, adaptiert werden. Ausführliche Einführungen zum Einsatz numerischer Modelle in der Hydrogeologie sind in FREEZE & CHERRY (1979), WANG & ANDERSON (1982), KINZELBACH (1986), BEAR & VERRUIJT (1982) und MATTHESS & UBELL (1983) zu finden.

Zweck der vorliegenden Ausführungen ist es, die Grundlagen eines mathematisch-numerischen Modells zur Beschreibung der Grundwasserdynamik zu erläutern und den Einsatz eines solchen Modells an einem Beispiel zu demonstrieren. Nach Ableitung der wichtigsten Strömungsgleichungen wird die Methode der Finiten Differenzen (FD) erläutert. Anschließend wird die Modellierung der Grundwasserdynamik in einem freien Aquifer zwischen der Bornhöveder Seenkette und dem Großen Plöner See (Schleswig-Holstein) mit Hilfe des FD-Modells MODFLOW vorgestellt.

2. Theoretische Grundlagen

Numerische Modelle zur Beschreibung der Hydraulik eines Grundwasserleiters basieren auf der Verknüpfung der Darcy-Gleichung – der grundlegenden Gleichung der Hydrogeologie – mit dem Massenerhaltungsgesetz. Diese Ver-

eines Aquifers, der als ein aus einer festen Phase (Sand, Kies, Schluff) und aus Hohlräumen bestehendes, geschlossenes System betrachtet wird.

Betrachten wir zunächst die Bilanzierung des Grundwasserhaushaltes für einen würfelförmigen Ausschnitt aus einem Aquifer:

Dieser als sog. Elementarzelle bezeichnete Ausschnitt ist so gewählt, daß er zum einen groß genug ist, um die Eigenschaften des porösen Mediums zu repräsentieren und zum anderen so klein ist, daß Änderungen des Grundwasserstandes innerhalb der Zelle vernachlässigt werden können (ANDERSON & WOESSNER 1992). Der Gesamt-Wasserfluß durch diese Zelle kann vereinfacht durch die Flüsse entlang der drei Raumachsen x , y und z beschrieben werden (Abb. 1).

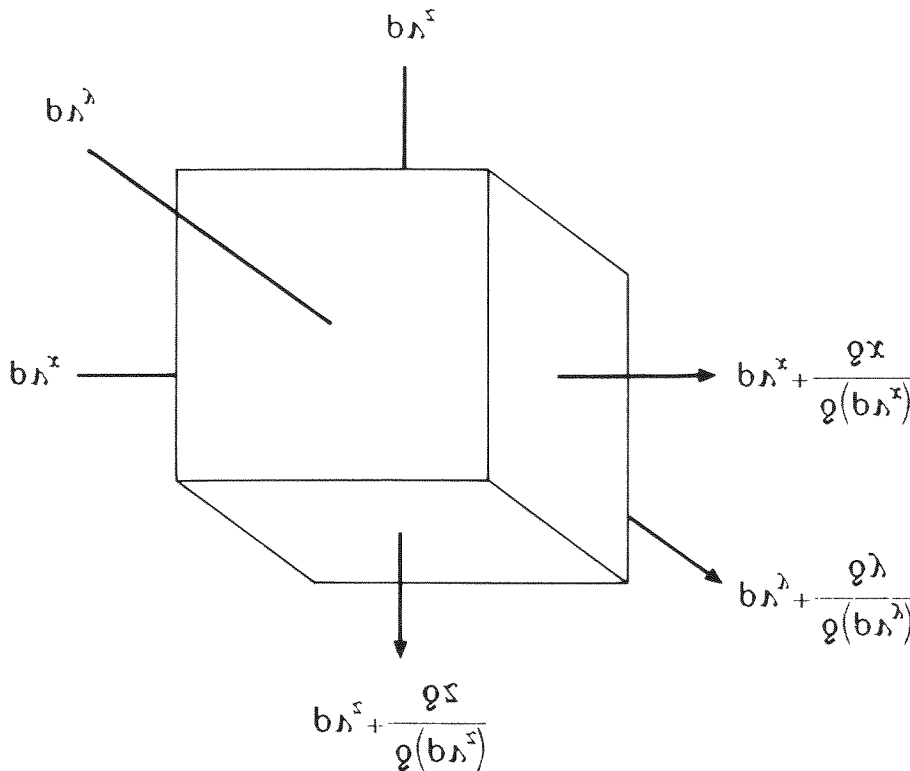


Abb. 1 Fluß in der Elementarzelle entlang der drei Raumachsen x, y und z .

Der Zufluß entlang einer der Raumachsen z.B. der x -Achse ergibt sich aus der pro Zeiteinheit durch die Seitenfläche yz des Würfels zufließende Menge Wassers. Mathematisch entspricht der Zufluß dem Produkt aus der Dichte ρ und der sog. Darcy- oder Filtergeschwindigkeit v_x . Diese beschreibt die Bezie-

hung zwischen dem hydraulischen Gradienten dh/dl und dem Durchlässigkeitsbeiwert k_f (Gl. 1).

$$v_f = -k_f \frac{\delta h}{\delta l} \quad [1]$$

Die Darstellung des Abflusses entspricht der des Zuflusses. Sind Zu- und Abfluß in bzw. aus der Elementarzelle unterschiedlich, so liegt eine Massenänderung $\delta(\rho v_x)$ vor, die z.B. durch eine Änderung des Speichervolumens der Elementarzelle hervorgerufen werden kann.

Entsprechende Herleitungen gelten für die Flüsse parallel zur y - und z -Achse.

2.1 Stationäre Strömung

Bei stationärer Strömung ist der Ab- und Zufluß der Elementarzelle gleich groß. Es liegt keine Änderung des Grundwasserstandes bei freiem bzw. gespannten Aquifer (allg.: Standrohrspiegelhöhe) vor, alle hydraulischen Parameter z.B. die Fließgeschwindigkeit bleiben unverändert. Dieser Zustand kann für die Elementarzelle mit Hilfe des Massenerhaltungsgesetzes [2] beschrieben werden. Gl. [2] ist auch als Kontinuitätsgleichung bekannt.

$$\frac{\delta(\rho v_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\rho v_y)}{\delta y} + \frac{\delta(\rho v_z)}{\delta z} = 0 \quad [2]$$

Für nichtkomprimierbare Flüssigkeiten gilt $\rho(x,y,z) = \text{const.}$, so daß sich die Kontinuitätsgleichung vereinfacht zu [3].

$$\frac{\delta v_x}{\delta x} + \frac{\delta v_y}{\delta y} + \frac{\delta v_z}{\delta z} = 0 \quad [3]$$

Durch Ersetzen der Filtergeschwindigkeiten v_x , v_y und v_z durch die Darcy-Gleichung (Gl. [1]) erhält man die sog. Strömungsgleichung für stationäre Bedingungen in einem anisotropen, inhomogenen Aquifer [4], d.h. einem Aquifer mit richtungsabhängigen und räumlich variierenden k_f -Werten.

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(k_{fx} \frac{\delta h}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(k_{fy} \frac{\delta h}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(k_{fz} \frac{\delta h}{\delta z} \right) = 0 \quad [4]$$

Für einen isotropen ($k_{fx}=k_{fy}=k_{fz}$) und homogenen ($k_f(x,y,z) = \text{const.}$) Aquifer vereinfacht sich Gl. [4] zur sog. Laplace-Gleichung (Gl. [5]). Sie ist eine der grundlegenden partiellen Differentialgleichungen in der Mathematik.

$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} = 0 \quad [5]$$

Die Lösung der Laplace-Gleichung ist eine Funktion $h(x,y,z)$, die die Standrohrspiegelhöhe in einem beliebigen Punkt des dreidimensionalen Strömungsfeldes beschreibt. Ist diese Funktion bekannt, so können die Grundwasserfließbahnen konstruiert werden und damit andere Parameter, die mit der Grundwasserdynamik zusammenhängen, bestimmt werden. Für Strömungsanalysen in zwei- oder eindimensionalen Systemen läßt sich die Laplace-Gleichung entsprechend reduzieren.

2.2 Instationäre Strömung

Bei instationärer Strömung ist der Zu- und Abfluß der Elementarzelle für einen betrachteten Zeitraum nicht gleich., d.h. es findet eine Änderung der Standrohrspiegelhöhe statt. Es gilt also $dh/dt \neq 0$. Unter gespannten Bedingungen ist die Elementarzelle zu jedem Zeitpunkt voll wassergesättigt, eine Änderung der Spiegelhöhe kann daher nur durch eine Änderung des Speichervermögens verursacht werden. Einfach ausgedrückt entspricht die Änderung des Speichervermögens der Zelle der Differenz zwischen Zu- und Abfluß in der betrachteten Zeit. Dies muß in der Kontinuitätsgleichung [2] berücksichtigt werden. Sie lautet nun:

$$\frac{\delta(\rho v_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\rho v_y)}{\delta y} + \frac{\delta(\rho v_z)}{\delta z} = \frac{\delta(\rho n)}{\delta t} \quad [6]$$

bzw.

$$\frac{\delta(\rho v_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\rho v_y)}{\delta y} + \frac{\delta(\rho v_z)}{\delta z} = n \frac{\delta \rho}{\delta t} + \rho \frac{\delta n}{\delta t} \quad [7]$$

wobei n Porosität und t Zeit sind (FREEZE & CHERRY 1979).

Das erste Glied auf der rechten Seite der Gl. [7] bezeichnet die Wassermenge, die durch die Dichteänderung des Wassers frei wird (Druckentlastung) oder verloren geht (Belastung). Sie wird durch die Kompressibilität des Wassers β bestimmt. Obwohl Wasser nur sehr wenig kompressibel ist, können Dichteänderungen in regional ausgedehnten Aquifern zu erheblichen Grundwasserschwankungen führen. Das zweite Glied der Gl. [7] bezieht sich auf die Grundwassermenge, die durch die Porositätsänderung des Korngerüsts frei wird oder verloren geht. Sie ist durch die Kompressibilität des Aquifers α bestimmt.

Die beiden Faktoren lassen sich als spezifischer Speicherkoeffizient $S_s = \rho g(\alpha + n\beta)$ zusammenfassen, der das gesamte durch die Kompressibilität des Wassers und des Korngerüsts entstandene oder verlorene Grundwasservolumen in der Elementarzelle beschreibt.

Die Änderungen dieses Volumens pro Zeit, hervorgerufen durch eine Änderung der Standrohrspiegelhöhe h , wird beschrieben durch den Term $\rho S_s(dh/dt)$. Gl. [7] läßt sich daher wie folgt schreiben:

$$\frac{\delta(\rho v_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\rho v_y)}{\delta y} + \frac{\delta(\rho v_z)}{\delta z} = \rho S_s \frac{\delta h}{\delta t} \quad [8]$$

Entsprechend der stationären Strömung (vgl. Kap. 2.1) ergibt sich für nicht-komprimierbare Flüssigkeiten ($\rho_{x,y,z} = \text{const.}$) nach Ersetzen der Filtergeschwindigkeiten v_x , v_y und v_z durch die Darcy-Gleichung (Gl. [1]) die Strömungsgleichung für instationäre Bedingungen in einem anisotropen, inhomogenen Aquifer (Gl. [9]).

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(k_{fx} \frac{\delta h}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(k_{fy} \frac{\delta h}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(k_{fz} \frac{\delta h}{\delta z} \right) = S_s \frac{\delta h}{\delta t} \quad [9]$$

Für einen isotropen, homogenen Aquifer vereinfacht sich Gl. [9] zu:

$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} = \frac{S_s}{k_f} \frac{\delta h}{\delta t} \quad [10]$$

Durch Ausschreiben des spezifischen Speicherkoeffizienten S_s ergibt sich die sog. Diffusionsgleichung:

$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} = \frac{\rho g (\alpha + n\beta)}{k_f} \frac{\delta h}{\delta t} \quad [11]$$

Die Lösung dieser Gleichung ist eine Funktion $h(x,y,z,t)$, die die Standrohrspiegelhöhe in einem beliebigen Punkt des dreidimensionalen Strömungsfeldes zum Zeitpunkt t beschreibt. Im Unterschied zu stationären Verhältnissen findet hier also zusätzlich die zeitliche Schwankung der Standrohrspiegelhöhe h Berücksichtigung. Die Lösung dieser Funktion setzt die Kenntnis der hydrogeologischen Parameter k_f , α und n , sowie der die Flüssigkeit beschreibenden Größen ρ und β voraus.

Für den Fall eines horizontalen, gespannten Aquifers mit der Mächtigkeit M wird in die Gl. [11] der Speicherkoeffizient $S = S_s M$ und die Transmissivität $T = k_f M$ eingesetzt. Man erhält so die Diffusionsgleichung für den zweidimensionalen Fall [12].

$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta y^2} = \frac{S}{T} \frac{\delta h}{\delta t} \quad [12]$$

2.3 Finite Differenzen Methode

Die FD-Methode beruht auf der Diskretisierung des Aquifers in rechteckige Zellen, die in sich geschlossene Domänen mit konstanten Parametern sind. Die Gesamtheit aller Zellen bildet das Finite Differenzen Netz (Abb. 2). Die Berechnung der Standrohrspiegelhöhe erfolgt jeweils für den zentral in jeder Zelle gelegenen Knotenpunkt und gilt für die gesamte Zelle. Für jede Zelle des

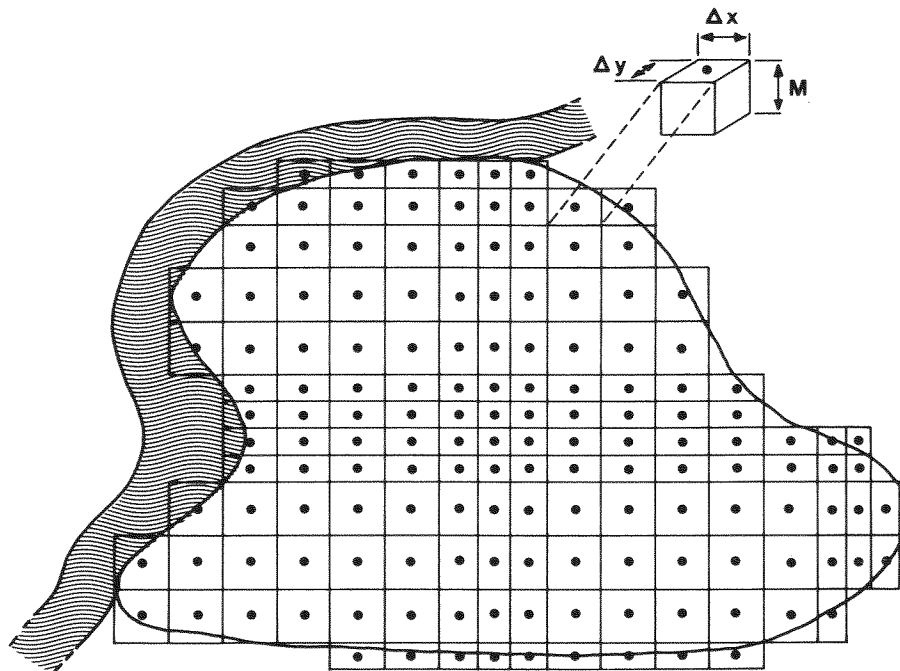


Abb. 2 FD-Netz eines regionalen Aquifers.

Netzes wird eine FD-Gleichung aufgestellt. Da die Standrohrspiegelhöhe in einer Zelle direkt von den Nachbarzellen abhängt, müssen die FD-Gleichungen aller Zellen gleichzeitig gelöst werden. Auf die Ableitung der FD-Gleichung, ausgehend von der Laplace-Gleichung, wird hier verzichtet und statt dessen das Prinzip der Berechnung einfach, wenn auch informell, vorgeführt.

In Abb. 3 ist ein FD-Netz dargestellt. Das Netz diskretisiert einen Vertikalschnitt eines Aquifers entlang der x- und z-Achsen. Im vorliegenden Beispiel wird die Grundwasserbilanz der Zelle 5 betrachtet, die durch den Knoten $i=4$ und $j=3$ definiert ist. Nehmen wir an, in Zelle 5 fließt Grundwasser aus den umliegenden Zellen 1 – 4. Mit Hilfe des Darcy-Gesetzes kann der Grundwasserfluß Q von 1 nach 5 durch eine Fläche senkrecht zum Blatt als

$$Q_{15} = k_{f15} \frac{h_1 - h_5}{\Delta z} \Delta x \quad [13]$$

beschrieben werden, wobei $(h_1 - h_5)\Delta z$ der Grundwassergradient zwischen den Zellen 1 und 5 ist. Entsprechende Gleichungen können auch für die Flüsse Q_{25} , Q_{35} , und Q_{45} aufgestellt werden.

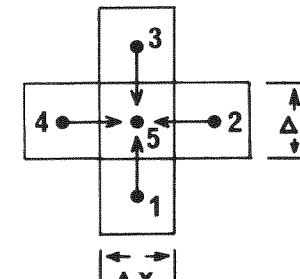
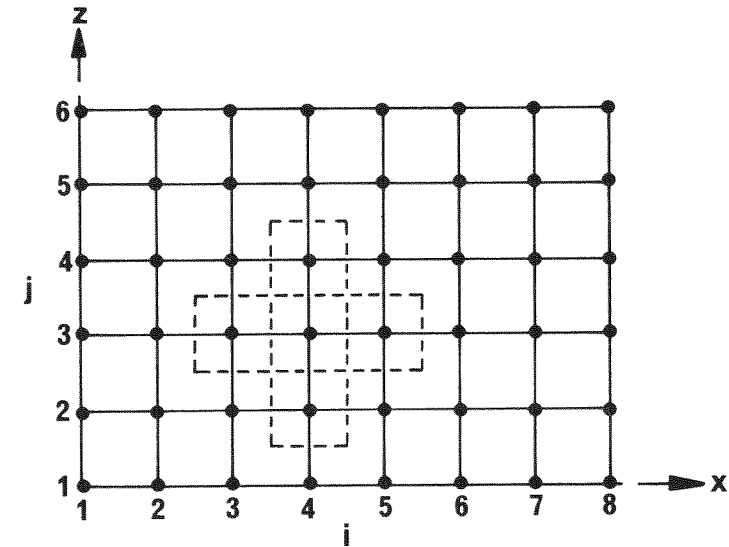


Abb. 3 Schematisches FD-Netz für einen vertikalen Schnitt durch einen Aquifer.

Bei stationärer Strömung besagt das Massenerhaltungsgesetz, daß die Summe aller Flüsse gleich 0 ist (vgl. Gl. [2]). Für einen homogenen, isotropen Aquifer gilt $k_{f15} = k_{f25} = k_{f35} = k_{f45}$; bei einer quadratischen Zelle ist $\delta x = \delta z$.

Unter Berücksichtigung dieser Bedingungen ist die Grundwasserbilanz für alle fünf Zellen

$$(h_1 - h_5) + (h_2 - h_5) + (h_3 - h_5) + (h_4 - h_5) = 0, \quad [14]$$

was für die Zelle 5

$$h_5 = \frac{1}{4} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \quad [15]$$

ergibt. Im allgemeinen Fall gilt also in der „ij“-Bezeichnung

$$h_{i,j} = \frac{1}{4} (h_{i,j-1} + h_{i+1,j} + h_{i,j+1} + h_{i-1,j}) \quad [16]$$

Dies ist die Finite Differenzen Gleichung, die besagt, daß in einem homogenen, isotropen Aquifer unter stationärer Strömung die Standrohrspiegelhöhe an einem beliebigen Knoten gleich der mittleren Standrohrspiegelhöhe der vier benachbarten Knoten ist. Die so berechneten Knoten-Werte gelten für die gesamte, dem Knoten zugewiesenen Zelle. Wenn eine Zelle am Rande des Netzes liegt und somit nur 3 Nachbarzellen hat, wird in der Gl. [16] der Wert der gegenüberliegenden Zelle verdoppelt:

$$h_{i,j} = \frac{1}{4} (h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + 2h_{i,j+1}) \quad [17]$$

Dementsprechend gilt für Eckzellen

$$h_{i,j} = \frac{1}{4} (2h_{i-1,j} + 2h_{i,j+1}) \quad [18]$$

Für das gesamte aus n Zellen bestehende FD-Netz ergeben sich n unbekannte Standrohrspiegelhöhen und n FD-Gleichungen. Die Lösung erfolgt durch die sog. Relaxation, d.h. durch wiederholte Berechnungen der Standrohrspiegelhöhen für alle Knoten in aufeinanderfolgenden Schritten, den sog. Iterationen. Ausgehend von einem angenommenen Anfangs-Wert werden in jedem Iterationsgang (m) alle Standrohrspiegelhöhen neu berechnet, wobei sie sich der endgültigen Lösung asymptotisch annähern. Die Differenz der Standrohrspiegelhöhen zweier aufeinanderfolgender Iterationsschritte in einem Knotenpunkt wird als Residual c bezeichnet:

$$c = h_{i,j}^{m+1} - h_{i,j}^m \quad [19]$$

Die Berechnung verläuft so lange, bis das Residual c unter eine vom Benutzer festgelegte Toleranzgrenze abgesunken ist.

Es gibt verschiedene Iterations-Methoden, die sich durch die Reihenfolge der Berechnung und die Relaxationsfaktoren voneinander unterscheiden. Zu den einfacheren Iterationsverfahren gehören die Jakobi- und die Gauss-Seidel-Iterationen, beide aus der Gruppe der sog. Implizit-Techniken (WANG & ANDERSON 1982). Die Jacobi-Iteration verläuft nach folgendem Schema:

$$h_{i,j}^{m+1} = \frac{h_{i-1,j}^m + h_{i+1,j}^m + h_{i,j-1}^m + h_{i,j+1}^m}{4} \quad [20]$$

In einem Iterationsgang (z.B. m+1) werden die Standrohrspiegelhöhen ausschließlich aus den im letzten Iterationsgang (m) errechneten Spiegelhöhen

bestimmt. Die Richtung und die Reihenfolge, in der die Iterationen für die Knoten des Netzes in einem Gang durchgeführt werden, spielt dabei keine Rolle. Bei der Gauss-Seidel-Iteration dagegen verläuft der Iterationsgang nach einem geordneten Muster. Man beginnt mit dem ersten Knoten oben links im FD-Netz und geht sukzessiv weiter nach rechts, bis zum Endknoten der oberen Reihe. Dann springt man zu dem ersten Knoten links in der zweiten Reihe und wiederholt diesen Vorgang, bis die Standrohrspiegelhöhen aller Knoten des Netzes neu berechnet wurden. So ist es möglich, daß in jeder Berechnung bereits zwei Werte aus dem selben Iterationsgang genutzt werden,

$$h_{i,j}^{m+1} = \frac{h_{i-1,j}^{m+1} + h_{i,j+1}^{m+1} + h_{i+1,j}^m + h_{i,j-1}^m}{4} \quad [21]$$

Damit ist die Gauss-Seidel-Iteration effizienter als die Jakobi-Iteration.

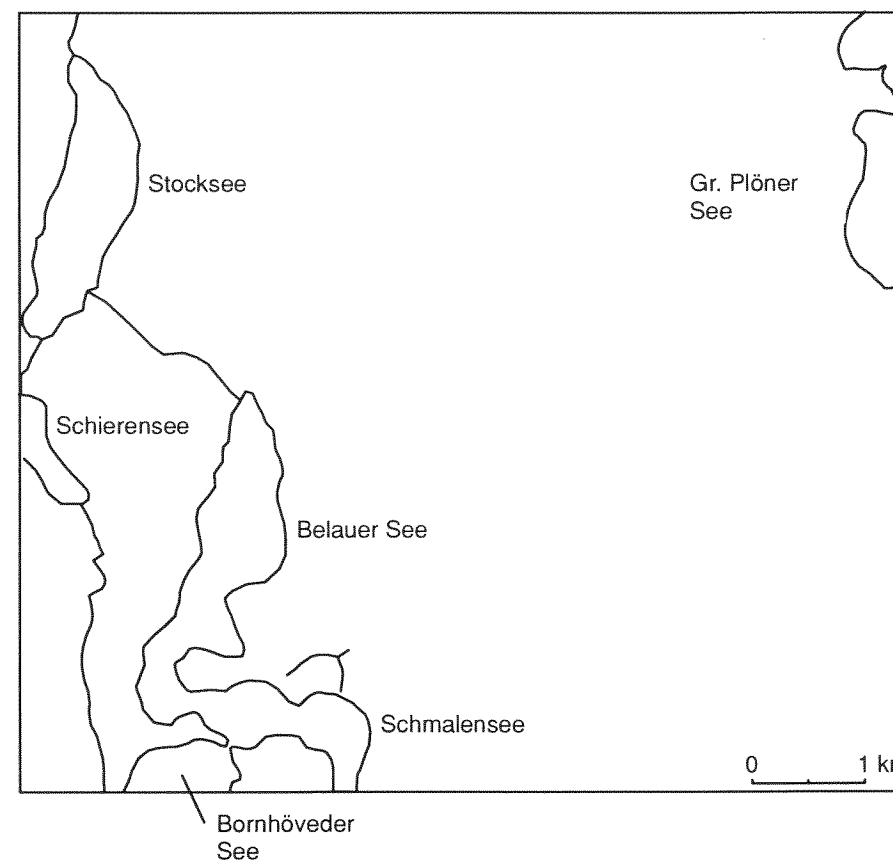


Abb. 4 Modellgebiet mit der Lage der Oberflächengewässer.

3. Grundwasserströmung zwischen der Bornhöveder Seenkette und dem Großen Plöner See – Eine einfache Modellierung mit dem FD-Modell MODFLOW

Geohydraulische Verhältnisse wie z.B. im Bereich zwischen der Bornhöveder Seenkette und dem Großen Plöner See (Abb. 4) lassen sich aufgrund einer geringen Meßstellendichte häufig nur bedingt darstellen. Im folgenden wird gezeigt, wie sich in einem solchen Fall die grundwasserhydraulische Situation bereits mit Hilfe eines einfachen Modells simulieren und darstellen läßt und wie gut dieses die Realität wiedergibt. Zur Erstellung des Modells wurde das Programm MODFLOW (A MODULAR THREE DIMENSIONAL FINITE-DIFFERENCE GROUNDWATER FLOW MODEL, MCDONALD & HARBAUGH, 1988) benutzt.

MODFLOW ist ein in FORTRAN 77 umgesetztes Finite-Differenzen-Modell zur Simulation des dreidimensionalen Grundwasserflusses. Der Name des Programms bezieht sich auf den streng modularen Aufbau des Modells aus voneinander unabhängigen Unterroutinen (modules). Zusammengefaßt zu sog. Paketen (packages) dienen sie zur Bearbeitung spezieller Aufgaben, z.B. der Simulation des Flusses in oder aus Flüssen, Drainagen, Brunnen etc., aber auch zur Lösung der linearen Gleichungssysteme zur Beschreibung des Grundwasserflusses.

Die durch MODFLOW für jede Zelle eines Modells berechneten Grundwasserstände und Massenbilanzen werden in numerischer Form in Dateien abgelegt. Zur Weiterverarbeitung und graphischen Darstellung dieser Ergebnisse gibt es eine Reihe von Programmen, sog. „post-processing-packages“. Bei den für das Beispiel-Modell genutzten handelt es sich um MODPATH (POLLOCK 1989), PATHLINE und ISOLINE (CHIANG & KINZELBACH 1993).

3.1 Modellkonzeption

Bei dem im folgenden dargestellten Modell handelt es sich um ein einfaches Beispiel; bei der Konzeption wurden daher alle eingehenden Randbedingungen und Parameter nur stark vereinfacht berücksichtigt.

Lage und Größe des Modellgebiets ergeben sich aus der Fragestellung. Es wurde so gewählt, daß die Bornhöveder Seenkette im westlichen, ein Teil des Großen Plöner See im östlichen Modellgebiet liegt. Im Norden und Süden schließt das Modellgebiet mit der Nord- und Süderstreckung der Bornhöveder Seenkette. Das Modellgebiet hat eine Ausdehnung von 8000 m in der EW bzw. 7000m in der NS-Erstreckung.

Die horizontale Diskretisierung des Modellgebiets erfolgte mit einer konstanten Zellenweite von 100 m in der EW bzw. NS-Richtung, d.h. durch 80 · 70 Zellen (Abb. 5). Im äußersten südöstlichen Bereich des Modellgebiets wird ein Ausstreichen des zu untersuchenden Aquifers an einer dort nach GRIPP (1964) NE-SW verlaufenden Moränengabel vermutet. Die Zellen in diesem Bereich wurden als sog. inaktive Zellen aus dem Modellgebiet herausgetrennt

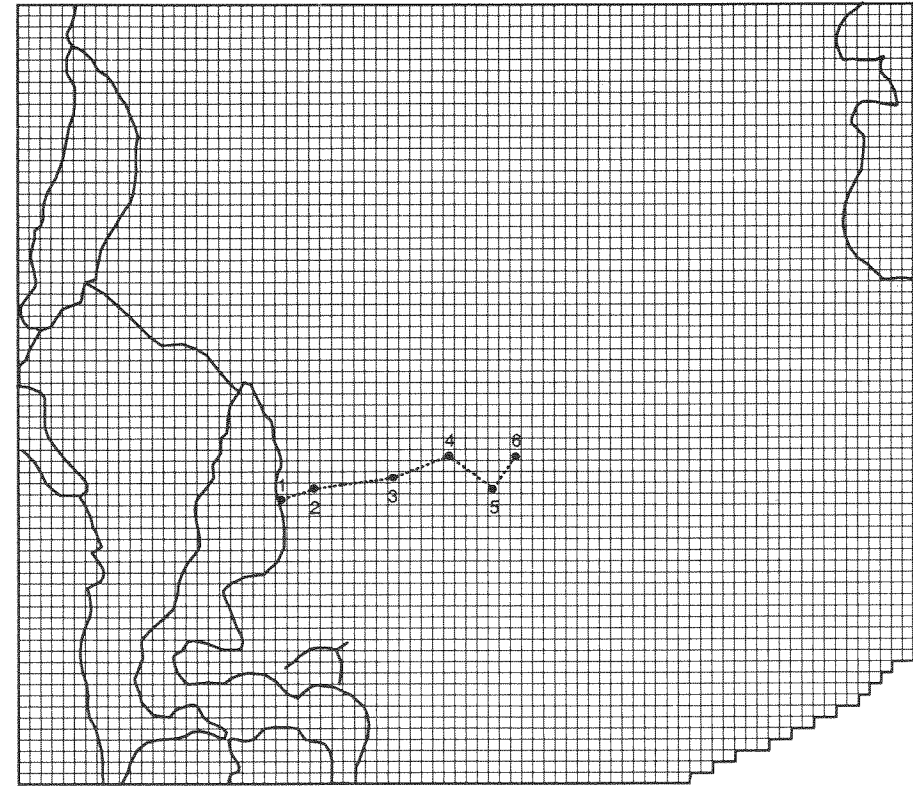


Abb. 5 Horizontale Diskretisierung des Modellgebiets mit einer konstanten Zellweite von 100 m. Lage der Kontrollmeßstellen.

(Abb. 5). Die Ränder des Modellgebiets wurden als sog. „no-flow“-Grenzen (ANDERSON & WOESSNER 1992) definiert, d.h. es findet kein Fluß über diese Grenzen statt.

Die vertikale Diskretisierung wurde so gewählt, daß sie den geologischen Aufbau des zu untersuchenden Aquifers angenähert wiedergibt. Dieser wird aus den Ablagerungen von drei aufeinanderliegenden Sandern gebildet. Hierbei handelt es sich um einen saalezeitlichen und zwei weichselzeitliche Sander (Wankendorfer und Kalüßber Sander) (PIOTROWSKI 1991). Dem saalezeitlichen und dem Wankendorfer Sander ist der qs3-Till, dem Wankendorfer und Kalüßber Sander der qw1-Till zwischengeschaltet. Abb. 6 zeigt einen schematischen Aufbau des Grundwasserleiters.

Messungen der Grundwasserstände zeigen, daß die gesättigte Zone nur in kleinen Bereichen des Modellgebietes bis in den Kalüßber Sander hineinreicht; vereinfacht kann daher davon ausgegangen werden, daß sich das Grundwasser nur im Wankendorfer und Saale Sander bewegt. Die vertikale Diskretisie-

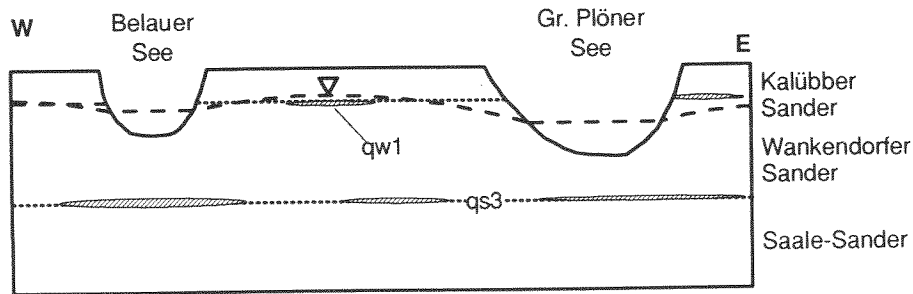


Abb. 6 Schematisches Geologisches Profil durch das Modellgebiet.

Die Grundwasseranfrage erfolgt daher durch zwei Modellschichten; die obere (Modellschicht 1) mit ungespanntem, die untere (Modellschicht 2) mit gespanntem Grundwasser. Für den zwischengeschalteten Till ist aufgrund seiner sehr geringen Durchlässigkeit nur eine vertikale Sickerströmung (Leckage) zu erwarten. Der Fluß zwischen den Modellschichten wurde daher durch einen Leitfähigkeitsausdruck

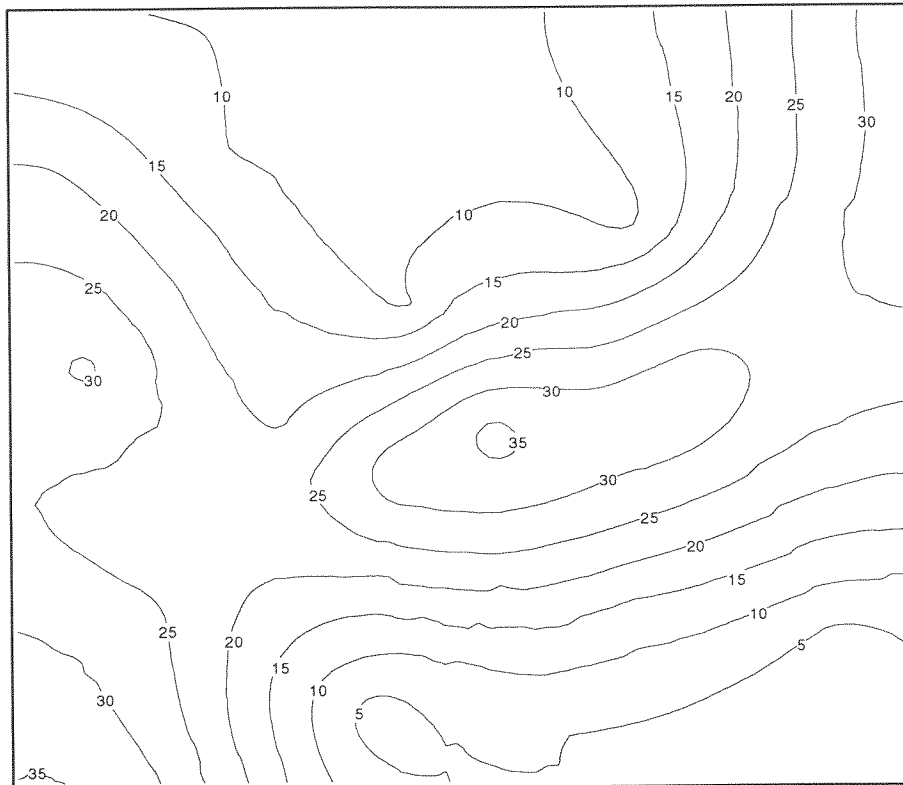
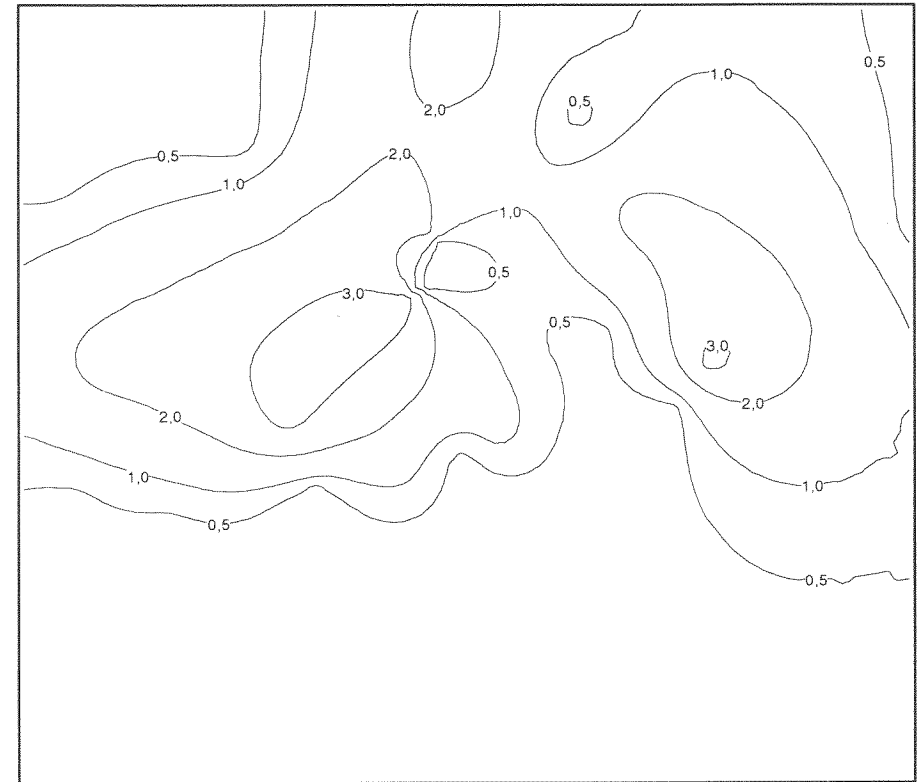


Abb. 7 a) Mächtigkeit des Saale Sanders (m).
b) Mächtigkeit des qs3-Tills (m).



realisiert. Für die obere Modellschicht, in der das Grundwasser ungespannt ist, ist eine Angabe der Mächtigkeit nicht notwendig. Die Mächtigkeit des Saale Sanders und des zwischengeschalteten Tills wurde aus Bohrverzeichnissen ermittelt und mit einem Kriging-Verfahren über die Modellfläche regionalisiert (Abb. 7). Abb. 8 zeigt schematisch den vertikalen Aufbau des Modells.

Die Bereiche der stehenden Oberflächengewässer wurden als Festpotential-Zellen belegt. Als Festpotentiale wurden die Seewasserstände (in m üNN) von PIOTROWSKI (1991) übernommen. Bornhöveder See, Schmalensee und

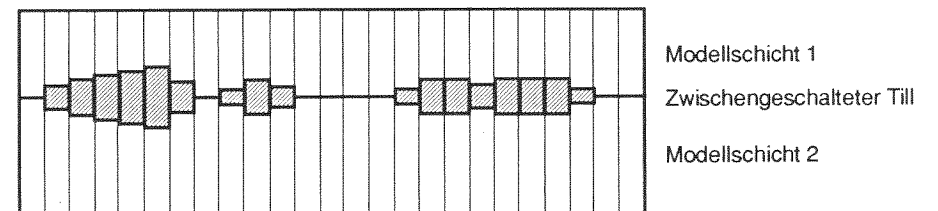


Abb. 8 Vertikaler Aufbau des FD-Netzes (schematisch).

Belauer See, die den gleichen Seewasserstand aufweisen und nur durch Feuchtgebiete voneinander getrennt sind, wurden im Modell als ein geschlossener Festpotentialbereich dargestellt (Abb. 9). Die Festpotentiale wurden für beide Modellschichten gleichermaßen angenommen, lediglich der Gr. Plöner See wurde aufgrund des tiefen Seewasserstandes nur für die untere Modellschicht als Festpotentialbereich dargestellt. Fließgewässer wurden durch sog. „Fließgewässer-Zellen“ realisiert (Abb. 9). Bei diesem Zell-Typ wirkt sich der Wasserstand des Fließgewässers in einer Zelle nur eingeschränkt auf den Grundwasserstand derselben Zelle aus. Der Wasserfluß zwischen Fließgewässer und Grundwasser ist dabei abhängig von der Leitfähigkeit des Flußbettes. Die Wasserstände der Fließgewässer wurden, von den Seewasserständen ausgehend, linear zwischen diesen interpoliert.

Die hydraulisch wirksamen Parameter wurden von den von PIOTROWSKI (1991) angegebenen Werten ausgehend während der Modellkalibrierung ermittelt. Die für die Modellschichten verwendeten Durchlässigkeitsbeiwerte sind in Abb. 10 dargestellt. Die um die Seen der Bornhöveder Seenkette stark her-

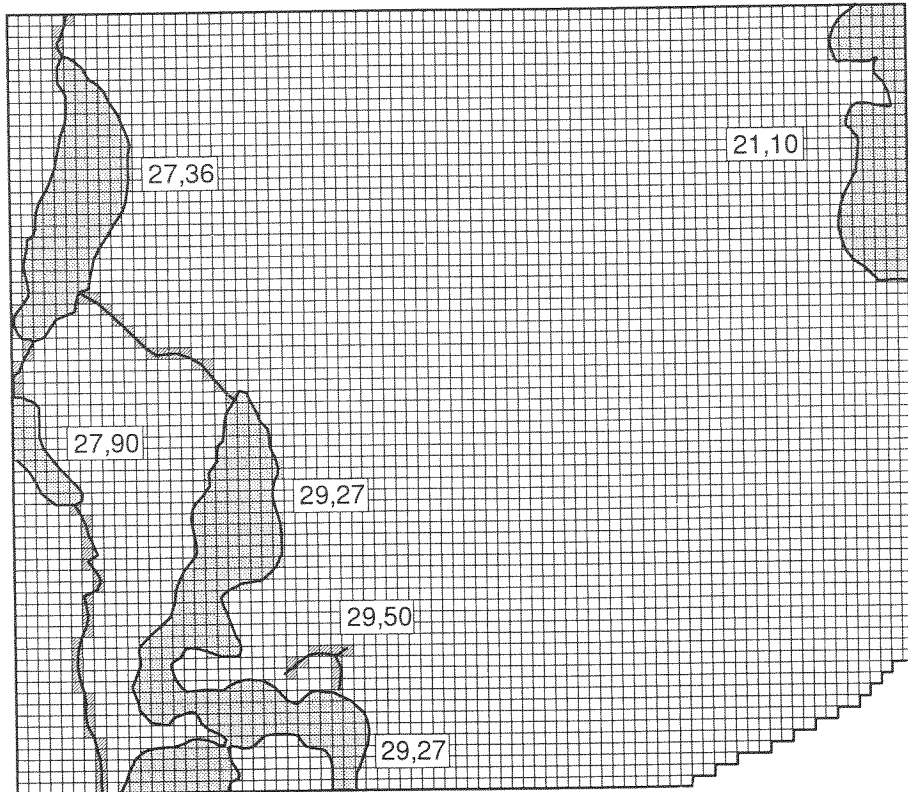


Abb. 9 Wasserstände (müNN) an den Festpotential- und Fließgewässer-Zellen.



☐ Kf-Wert-Bereich 1 ▨ Kf-Wert-Bereich 2

Abb. 10 Durchlässigkeitsbeiwerte.

Modellschicht 1: Bereich 1: $6,8 \cdot 10^{-4}$ m/s
 2: $7,0 \cdot 10^{-7}$ m/s
 Modellschicht 2: Bereich 1: $3,8 \cdot 10^{-4}$ m/s
 2: $7,0 \cdot 10^{-7}$ m/s

abgesetzten k_f -Werte berücksichtigen eine Auskleidung der Seen durch Fließtill infolge des Niedertauens von Toteis in diesen Vertiefungen und durch limnische Sedimente (PIOTROWSKI 1991, USINGER aus BLUME et al. 1992). Die Grundwasserneubildung wurde für das gesamte Modellgebiet mit 250 mm/a angenommen. Die nutzbare Porosität beträgt für die Modellschicht 1 $n_e = 0,3$, für die Modellschicht 2 $n_e = 0,2$.

3.2 Ergebnisse

Das im Vorhergehenden beschriebene Modellkonzept des geohydraulischen Systems führt bei einer stationären Simulation mit MODFLOW zu folgendem Bild der Grundwasserdynamik:

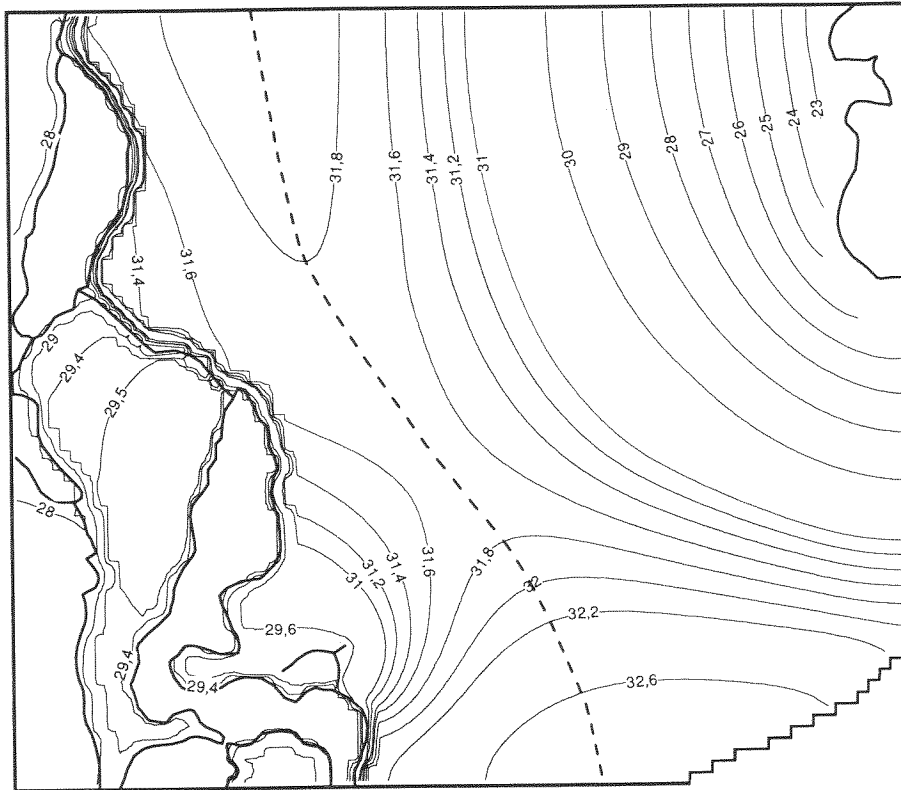


Abb. 11 Grundwassergleichenplan für Modellschicht 1 (müNN). Die Hauptgrundwasserscheide ist gestrichelt dargestellt.

Die freie Grundwasseroberfläche liegt in Modellschicht 1 (Abb. 11); lediglich im Nahbereich des Gr. Plöner Sees liegt sie in Modellschicht 2. Es bildet sich eine flache, in etwa NNW-SSE verlaufende und nah an der Bornhöveder Senkette gelegene Grundwasserscheide aus. Die höchsten Grundwasserstände entlang der Grundwasserscheide liegen bei ca. 31,8 m üNN im zentralen Bereich des Modellgebiets.

Westlich der Grundwasserscheide ist die Grundwasseroberfläche sehr flach. Die Höhendifferenz zwischen Vorfluter und Grundwasserscheide beträgt im Schnitt 3 m. Der Hauptteil dieser Differenz, rund 2-3 m, fällt jedoch auf einen schmalen Bereich entlang der Seen (Abb. 11), was durch die stark verminderte Durchlässigkeit in diesem Bereich (Abb. 10) verursacht wird. Entlang des südöstlichen Ufers des Belauer Sees und des nördlichen Ufers des Schmalensees tritt dieses Phänomen, trotz der hier ebenfalls stark verminderten Durchlässigkeit (Abb. 10) nicht auf. Es kommt durch die nördlich des Schmalensees gelegene Niederung (Abb. 4 und 9), die hier als Vorfluter wirksam wird, zu einem

markanten Umbiegen der Grundwassergleichen vom nordöstlichen Belauer See nach SE. Hierdurch kommt es östlich des Belauer Sees zu einer im allgemeinen nach SW gerichteten Fließrichtung des Grundwassers, die erst im Nahbereich des Vorfluters senkrecht zu diesem umgelenkt wird.

Östlich der Grundwasserscheide dient im Modell nur der Gr. Plöner See als Vorfluter. Die große Höhendifferenz von 11 m zwischen Vorfluter und Grundwasserscheide und das Fehlen eines Flusses über den nördlichen, östlichen und südöstlichen Modellrand, bei denen es sich um „no-flow“-Grenzen handelt, führen zu einer annähernd radialen Anströmung des Gr. Plöner Sees.

In dem westlich des Belauer Sees gelegenen und von allen Seiten von Vorflutern umgebenen Bereich bildet sich ein eigenständiges System aus, auf das hier nicht näher eingegangen wird. Dieses wurde bereits von PIOTROWSKI (1991) und SCHEYTT & PIOTROWSKI (im Druck) eingehend behandelt.

3.3 Verifizierung des Modells

Eine Verifizierung des Modells durch Grundwasserstandsmessungen ist nur für den Bereich östlich des Belauer Sees bis zur Grundwasserscheide und den Bereich westlich des Belauer Sees (siehe PIOTROWSKI 1991) möglich. Für den Bereich östlich der Grundwasserscheide ist dies durch das Fehlen von Grundwassermeßstellen nicht möglich.

Abb. 12 zeigt den Vergleich von gemessenen und anhand des Modells ermittelten Standrohrspiegelhöhen entlang einer am östlichen Seeufer des Be-

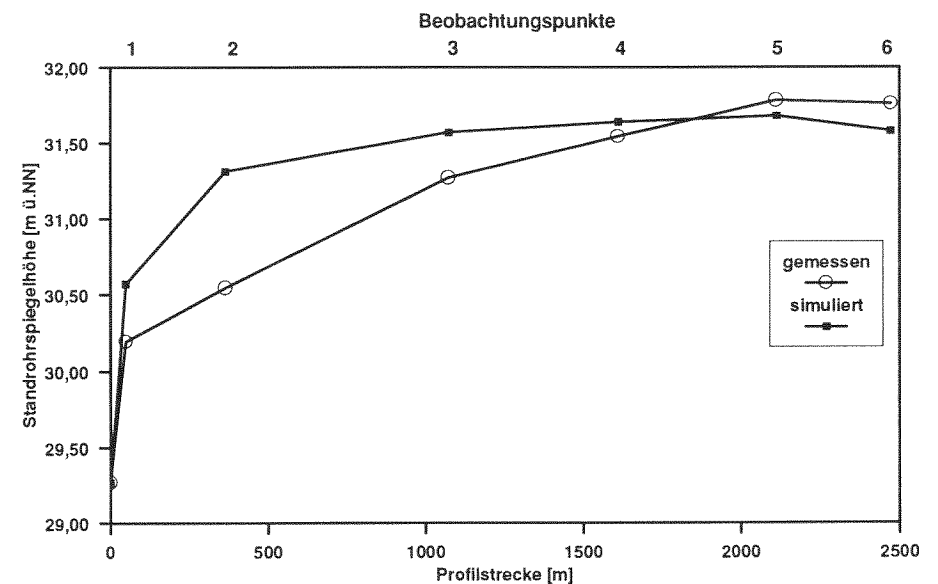


Abb. 12 Vergleich der gemessenen und simulierten Standrohrspiegelhöhen.

lauer Sees beginnenden, in etwa E-W-verlaufenden Reihe von Grundwassermeßstellen (Abb. 5). Es zeigt sich eine ähnliche Gestalt der Grundwasseroberfläche. Die Differenz beträgt zwischen 0 m im Bereich des Seeufers und 0,8 m im Bereich der Meßstelle 2 (vgl. Abb. 5). An der Grundwasserscheide beträgt die Differenz unter 0,1 m (Abb. 12). Die Abweichungen des Modells von der Realität liegen, bei einem einfachen Modell als Zielsetzung (vgl. Kap. 3.1), in einem vertretbaren Rahmen. Eine Kalibrierung des Modells, die eine Übereinstimmung von gemessenen und simulierten Grundwasserständen ergeben würde, ist aufwendig und im Rahmen eines einfachen Modells nicht durchführbar.

3.4 Bestimmung eines Grundwassereinzugsgebietes

Die Bestimmung eines Grundwassereinzugsgebietes mit Hilfe eines Modells soll hier beispielhaft für den Belauer See dargestellt werden. Hierzu wurde das Programm MODPATH genutzt. Dies ist ein Programm zur Berechnung von Fließlinien in mit MODFLOW erstellten Modellen mit Hilfe eines semianalytischen Tracking-Verfahrens (POLLOCK 1989). Das Verfahren beruht auf der Annahme, daß die Geschwindigkeitsvektoren des Grundwassers innerhalb einer Zelle linear variieren. Durch diese Annahme ist es möglich anhand eines

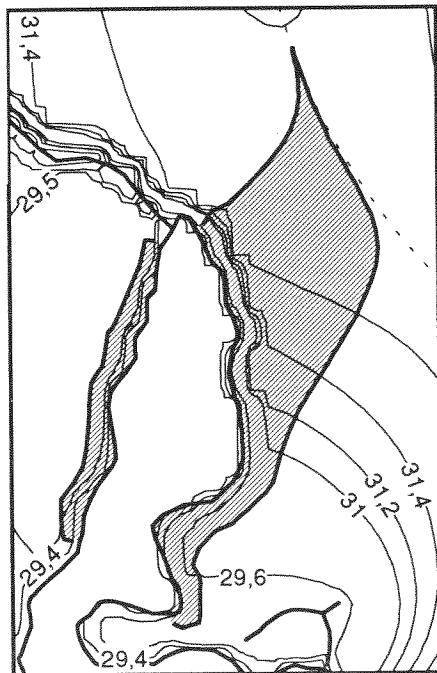


Abb. 13 Durch Fließlinien dargestelltes Einzugsgebiet des Belauer Sees. Grundwassergleichen in müNN.

analytischen Ansatzes den Fließweg des Partikels innerhalb einer Zelle zu beschreiben. Ist eine Ausgangsposition des Partikels bekannt, so kann jede weitere Position entlang des Fließweges berechnet werden. Durch den einfachen Ansatz, den Geschwindigkeitsvektor des Grundwassers innerhalb eines Modells mit -1 zu multiplizieren, erhält man die Möglichkeit, Partikel rückwärts fließen zu lassen. Dieses wird als sog. „back-tracking“-Verfahren bezeichnet. Läßt man Partikel vom Vorfluter aus rückwärts fließen, so bewegen sich diese innerhalb des Einzugsgebietes der Grundwasserscheide zu. Mit wenigen Versuchen findet man so schnell die Fließlinien der Partikel, die vorwärts fließend gerade noch in den Vorfluter gelangen und nicht an ihm vorbei fließen. Diese Fließlinien markieren die max. Ausdehnung des Grundwassereinzugsgebietes.

Für den Belauer See sind diese Fließlinien in Abb. 13 dargestellt. Für das Westufer des Sees ergibt sich ein sehr kleinräumiges, schmal um den See verlaufendes Einzugsgebiet. Es hat eine Größe von ca. 0,3 km². Das östliche, ca. 1,4 km² große Einzugsgebiet zieht sich durch die nach SW gerichtete Fließrichtung des Grundwassers (vgl. Kap. 3.2) deutlich nach N. Im südlichen Teil verläuft es ähnlich wie auf dem Westufer schmal am See entlang.

Die mit Processing MODLOW (CHIANG & KINZELBACH 1993) berechneten Wasserbilanzen für das Einzugsgebiet des Belauer Sees ergab folgenden Zufluß von Grundwasser in den See (Tab. 1):

Tab. 1 Zufluß zum Belauer See.

Zufluß zum Belauer See:	Menge (m ³ /Tag)	Fehler (%)
westl. Einzugsgebiet	228	< 1
östl. Einzugsgebiet	2375	< 1
gesamt	2603	< 1

Literatur:

- ANDERSON, M.P. & WOESSNER, W.W. (1992): Applied Groundwater Modeling. Simulation of Flow and Advective Transport. Academic Press., San Diego, 381 S.
- BEAR & VERUIJT (1992): Modeling Groundwater Flow and Pollution (Theory and Applications of Transport in Porous Media). D. Riedel Publ. Co., Dordrecht, 414 S.
- BLUME, H.P., FRÄNZLE, O., KAPPEN, L., NELLEN, W., WIDMOSER, P. & B. HEYDEMANN, B. (1992): Ökosystemforschung im Bereich der Bornhöveder Seenkette. EcoSys 1, Projektzentrum Ökosystemforschung Univ. Kiel, 338 S.
- CHIANG, W.H. & KINZELBACH, W. (1993): Processing MODFLOW. Version 3.0. 78 S.
- FREEZE, R.A. & J.A. CHERRY (1979): Groundwater, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 604 S.
- GRIPP, K. (1964): Erdgeschichte von Schleswig-Holstein. Karl-Wacholtz Verlag, Neumünster, 411 S.

- KINZELBACH, W. (1986): Groundwater Modeling: An Introduction with Sample Programs in BASIC.- Developments in Water Science, 25, Elsevier, 334 S.
- MATTHESS, G. & UBELL, K. (1983): Lehrbuch der Hydrogeologie, Bd. 1: Allgemeine Hydrogeologie – Grundwasserhaushalt.- Borntraeger, Berlin-Stuttgart, 438 S.
- MCDONALD, M.G. & HARBAUGH, A.W. (1988): A modular three-dimensional finite-difference groundwater flow model.- Techniques of Water-Resources Investigations 06-A1, USGS, 576 S.
- PIOTROWSKI, J.A. (1991): Quartär- und hydrogeologische Untersuchungen im Bereich der Bornhöveder Seenkette, Schleswig-Holstein.- Berichte – Reports, Geol.-Paläont. Inst. Kiel, Nr. 43, 194 S.
- POLLOCK, D.W. (1989): Documentation of computer programs to complete and display pathlines using results from the U.S. Geological Survey modular three-dimensional finite-difference groundwater model. USGS, Open File Report 89-381, 81 S.
- SCHEYTT, T. & PIOTROWSKI, J. (im Druck): Ursachen für zeitliche Schwankungen der Grundwasser-Beschaffenheit in einem Seeufer-Bereich. Wasser und Boden, Hamburg.
- WANG, H.F. & M.P. ANDERSON (1982): Introduction to Groundwater Modeling: Finite Difference and Finite Element Methods.- W.H.Freeman, San Francisco, 256 S.

Anschrift der Verfasser:

Dr. Jan A. Piotrowski
Geologisch-Paläontologisches Institut,
Universität Kiel
Olshausenstraße 40-60
24118 Kiel

Dipl.-Geol. Sven Rumohr
Projektzentrum Ökosystemforschung, im Bereich der Bornhöveder Seenkette und
Geologisch-Paläontologisches Institut,
Universität Kiel
Olshausenstraße 40-60
24118 Kiel