

Haben Korngrößenverteilungen Ecken?

Von Klaus-Dieter KACHHOLZ, Kiel

KACHHOLZ, KLAUS-DIETER, 1988: Haben Korngrößenverteilungen Ecken? (Are there truncationpoints in grain-size distributions?). – *Meyniana* 41: – , 5 fig., Kiel.

Grain-size distributions can be approximated by a mixing of lognormal components, each of which is determined by three parameters: mean, standard deviation and weight percent. It can be shown that it is possible to produce very different types of cumulative curves by mixing of only two components with different parameters. The approximation by using the VISHER-method makes is necessary to assume two original lognormal components. Furthermore it can be shown that some of these truncated populations are only arteficial.

Dr. KLAUS-DIETER KACHHOLZ, Sonderforschungsbereich 313 (Sedimentation im Europäischen Nordmeer), Universität Kiel, Olshausenstr. 40, D–2300 Kiel.

Kurzfassung

Korngrößenverteilungen können aufgefaßt werden als Ergebnis der Überlagerung mehrerer lognormaler Einzelkomponenten, deren jede durch die drei Parameter Mittelwert, Standardabweichung und Gewichtsprozent vollständig definiert ist. Am Beispiel einer aus zwei dieser Komponenten erzeugten Summenverteilung wird die große Wirkung kleiner Veränderungen der Parameter gezeigt. Eine Approximation durch "truncated populations" (Visher-Methode) führt mitunter zu einer höheren Komponentenzahl. Dabei erweisen sich einige dieser aneinandergereihten Segmente als graphische Artefakte im Wahrscheinlichkeitsnetz.

Der Konflikt

Gegenstand der Betrachtung sind Summenkurven von Korngrößenverteilungen im Wahrscheinlichkeitsnetz. Dieses Netz hat eine logarithmisch geteilte Abszisse und eine über die Wahrscheinlichkeitsdichte der Gaußschen Normalverteilung transformierte Ordinate. Diese Darstellungsweise hat sich weltweit durchgesetzt, da sich eine logarithmische Normalverteilung als Gerade abbildet und somit die Analyse der meist annähernd lognormalen von Korngrößen-

Verteilungskurven im Vergleich mit dem linearen Koordinatensystem erleichtert.

Wurden die Summenkurven früher gemeinhin als eine Überlagerung mehrerer lognormaler Verteilungen aufgefaßt, so werden sie seit der Arbeit von VISHER (1969) häufig auch als eine Aneinanderreihung distinkter „gestutzter“ Normalverteilungen (truncated populations) behandelt, d.h. als Geraden, die an den großen "truncation points" unter Bildung eines mehr oder minder großen Winkels zusammenstoßen (Abb. 1a, 2a, 3a, 4a, 5a). Auf diese Weise bekommt die Korngrößenverteilungs-Summenkurve Ecken.

Im Folgenden soll in keiner Weise auf den Versuch der physikalischen Interpretation der "truncated populations" als Resultat verschiedener Transportprozesse (Rollfracht, Springfracht, Suspensionsfracht) eingegangen werden da die Modellvorstellungen von VISHER bereits auf der graphischen und mathematischen Ebene ad absurdum geführt werden können.

Der analytische Ansatz

Die Beziehung zwischen Summenkurve und Häufigkeitskurve ist eindeutig. Die Häufigkeitskurve ist die erste Ableitung der Summenkurve und man erhält sie entweder durch graphisches oder numerisches Differenzieren. Die Summenkurve ihrerseits ist das Integral über die Häufigkeitskurve und wird dementsprechend aus dieser durch graphisches oder numerisches Integrieren gewonnen. Nach den Gesetzen der Differentialrechnung entsprechen die Werte der ersten Ableitung in jedem Punkt der Steigerung einer an die Ursprungskurve gelegten Tangente. Extremwerte in der Ableitungskurve bedingen Wendepunkte in der Ursprungskurve, und zwar ein Maximum den Übergang von Links- zu Rechtskrümmung und ein Minimum den Übergang von Rechts- zu Linkskrümmung (Abb. 1b, 2b, 3b, 4b, 5b).

Jede lognormale Korngrößenverteilung ist durch die drei Parameter Mittelwert, Standardabweichung und Gewichtsanteil (bzw. Flächenanteil) vollständig bestimmt. Die Überlagerung mehrerer solcher Komponenten erzeugt eine Summenkurve mit mehr oder weniger deutlich ausgeprägten Wendepunkten (Abb. 1c, 2c, 3c, 4c, 5c). Bei dem umgekehrten Prozeß, der Zerlegung von Summenkurven auf analytischem Wege, spielen diese Wendepunkte, vor allem die mit flacher Tangente, eine große Rolle (WALGER 1962, KACHHOLZ et al. 1986).

Das Gegenbeispiel

Anhand von zwei Beispielen soll gezeigt werden, wie sich die Veränderung von Parametern auf die Form der Verteilungskurven auswirkt.

Im ersten Fall (Abb. 1–3) werden zwei lognormale Komponenten mit gleicher Standardabweichung und gleichem Flächenanteil überlagert. Verändert wird nur der Mittelwert der zweiten Komponente, d.h. die Lage der Kurven zueinander. Die Differenz der Mittelwerte beträgt 0.25 PHlo in Abb. 1, 0.50 PHlo in

Abb. 2 und 0.75 PHlo in Abb. 3. Dieser zunehmende Abstand führt in der Summenkurve zu einem immer ausgeprägteren Wendepunkt mit flacher Tangente (Abb. 1c, 2c, 3c), in der Häufigkeitskurve von nur einem Maximum zu zwei deutlich voneinander unterscheidbaren Maxima (Abb. 1b, 2b, 3b) und bei den gestutzten Normalverteilungen zu einer Erhöhung der Anzahl von 1 auf 3 (Abb. 1a, 2a, 3a).

Im zweiten Fall (Abb. 4–5) werden ebenfalls zwei lognormale Komponenten überlagert, wobei der Abstand gleich bleibt und nur die Standardabweichung beider Verteilungen von 0.30 auf 0.10 sinkt. Die Auswirkungen sind dieselben wie im ersten Beispiel.

Die Schlußfolgerung

Allein die Vergrößerung des Abstandes zweier ansonsten unveränderter lognormaler Komponenten oder die Verkleinerung ihrer Standardabweichung bei gleichem Abstand schlägt sich in der Modellvorstellung von VISHER bereits als Veränderung der Anzahl der Komponenten nieder. Zwei lognormalen stehen hier drei gestutzte Verteilungen gegenüber, von denen besonders die mittlere Beachtung verdient. Sie ist nämlich irreal, entspricht bei guter graphischer Approximation der flachen Wendetangente und ist somit lediglich die graphische Erscheinungsform eines vollständig anderen Vorganges. Diese angeblich eigenständige und eine Transportform (VISHER 1968 p.) repräsentierende "truncated population" repräsentiert nichts anderes als die Lücke zwischen zwei Verteilungen (Abb. 3b, 5b). Sie ist ein Nichts.

An dieser Stelle wird die Diskrepanz zwischen der mathematisch-analytischen Betrachtungsweise und der rein deskriptiven Methode von VISHER ganz deutlich. Die graphische Interpretation von Verteilungskurven muß entsprechend den mathematischen Grundlagen und Gesetzen erfolgen. VISHER hingegen geht phänomenologisch vor. Er begründet sein ganzes Modell auf einem vordergründigen Erscheinungsbild, ohne dessen Ursachen auch nur zu streifen.

Ein weiteres Indiz für die Berechtigung der Kritik an den Theorien von VISHER ist der Umstand, daß es die "truncated populations" und die "truncation points" nur im Wahrscheinlichkeitsnetz gibt. Es handelt sich bei diesen gestutzten Verteilungen nicht um ein Abbild wirklicher Prozesse, sondern lediglich um ein Artefakt, das bei der Rücktransformation in ein Koordinatensystem mit linearer Skalierung sich in nichts auflöst. Dort nämlich hat selbst eine Aneinanderreihung von "truncated populations" wieder "smoothly curving inflexions" (FOLK 1977). Und Häufigkeitskurven spiegeln die "truncation points" sowieso in keiner Weise wieder. Korngrößenverteilungen haben nun einmal keine Ecken.

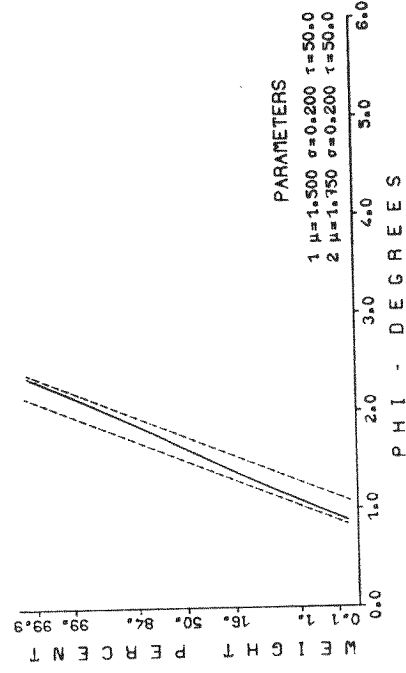
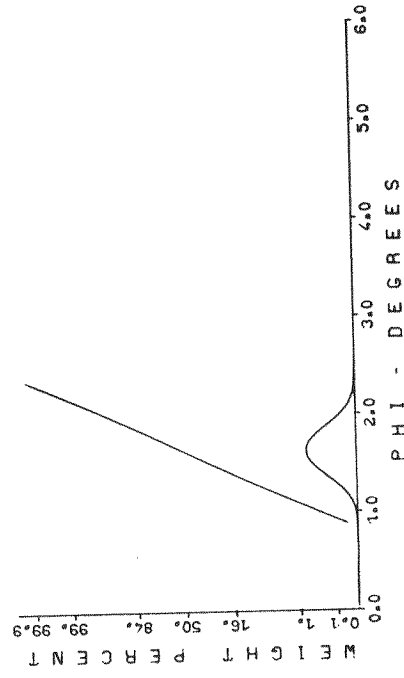
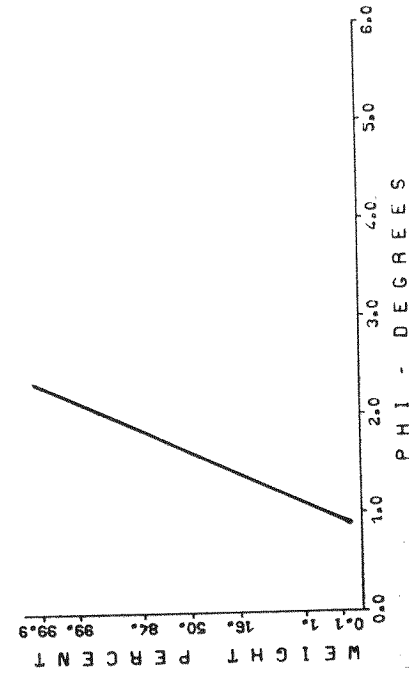


Abb. 1:

Erstes Beispiel, Verteilung 1.

Oben links: Approximation durch "truncated populations",
 Oben rechts: Häufigkeits- und Summenkurve,

Unten rechts: Die Summenkurve und ihre Komponenten.

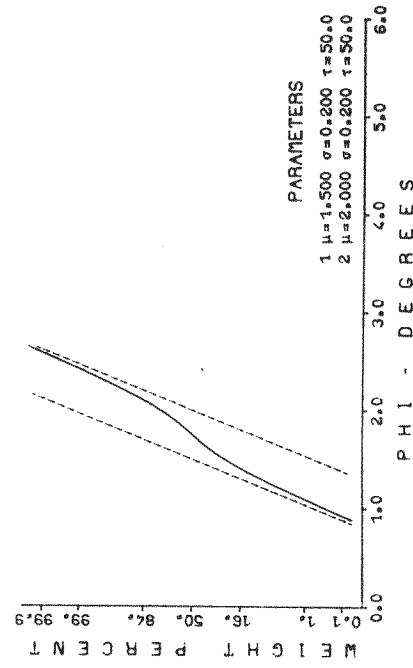
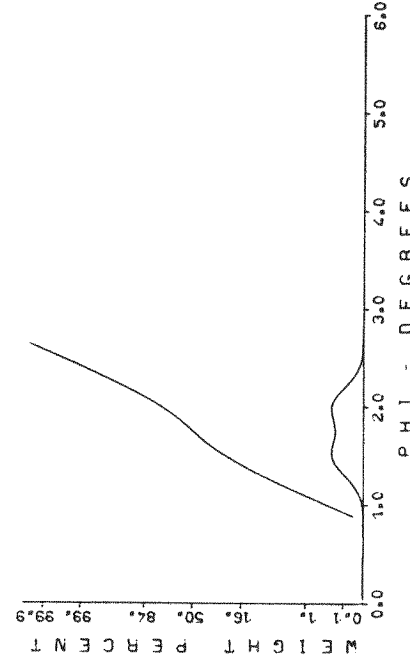
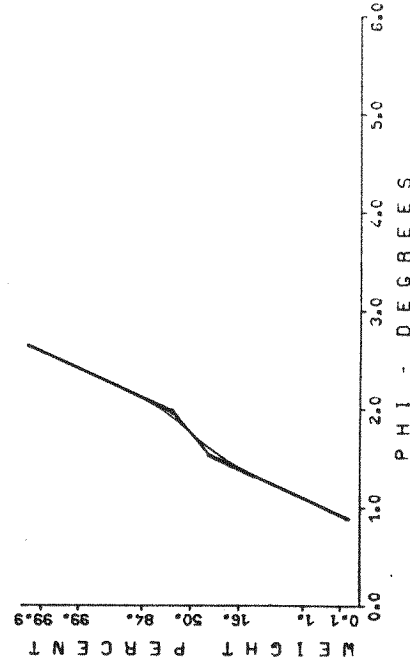


Abb. 2:

Erstes Beispiel, Verteilung 2.

Oben links: Approximation durch "truncated populations",
 Oben rechts: Häufigkeits- und Summenkurve,

Unten rechts: Die Summenkurve und ihre Komponenten.

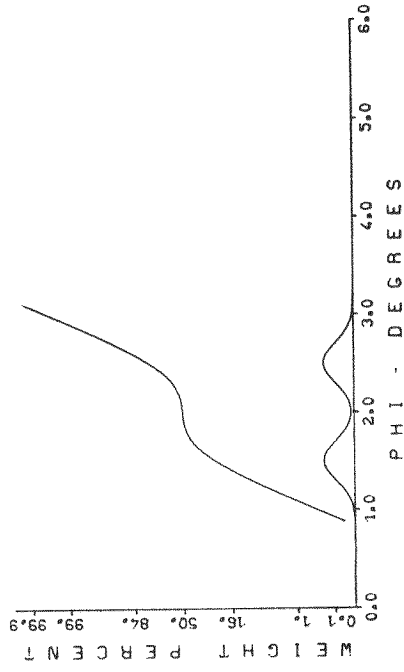
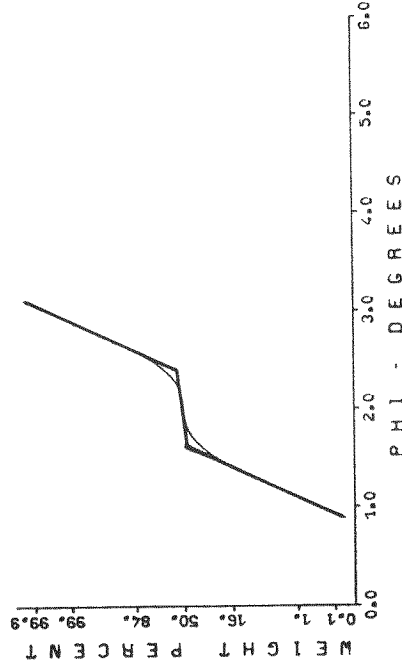


Abb. 3:

Erstes Beispiel, Verteilung 3.

Oben links: Approximation durch "truncated populations",

Oben rechts: Häufigkeits- und Summenkurve,

Unten rechts: Die Summenkurve und ihre Komponenten.

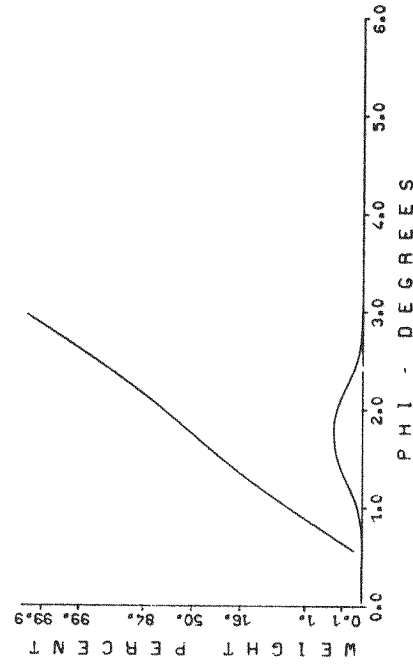
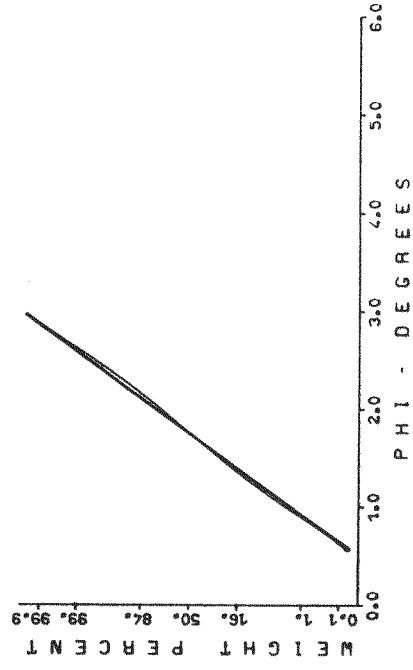
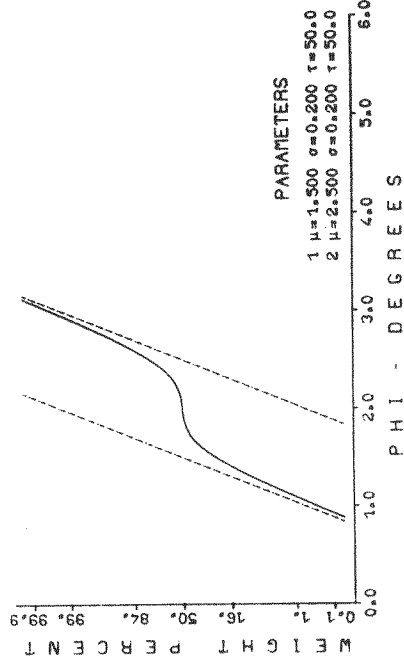


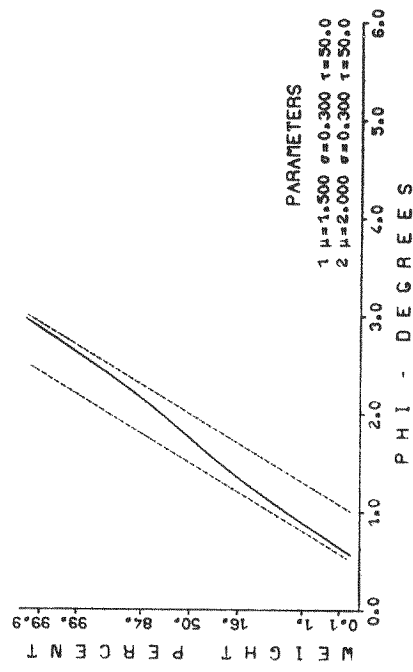
Abb. 4:

Zweites Beispiel, Verteilung 1.

Oben links: Approximation durch "truncated populations",

Oben rechts: Häufigkeits- und Summenkurve,

Unten rechts: Die Summenkurve und ihre Komponenten.



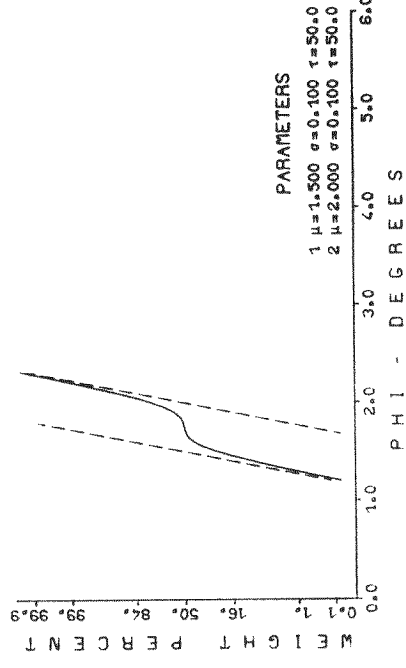
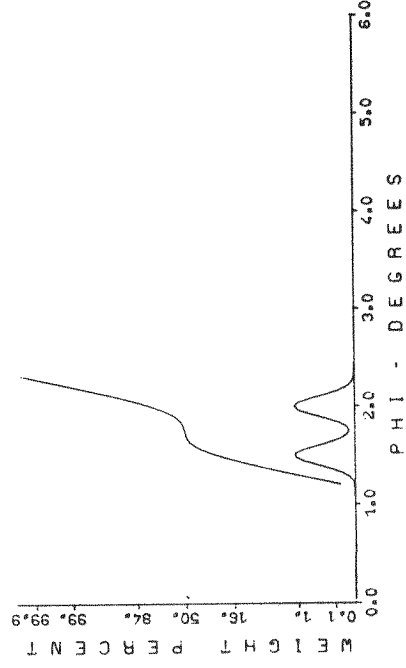
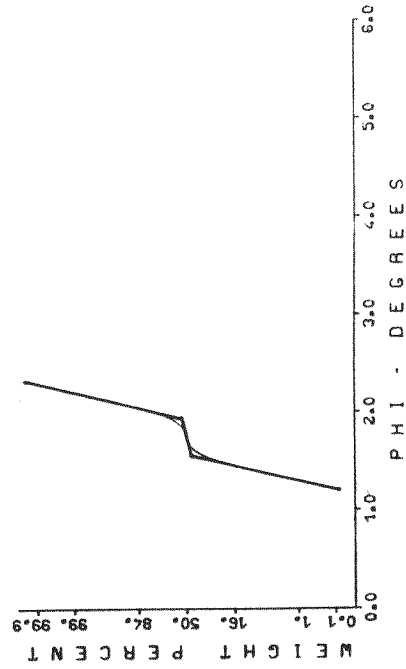


Abb. 5:

Zweites Beispiel, Verteilung 2.

Oben links: Approximation durch "truncated populations",

Oben rechts: Häufigkeits- und Summenkurve,

Unten rechts: Die Summenkurve und ihre Komponenten.

Literatur

- FOLK, R.L. (1977): Stratigraphic analysis of the Navajo Sandstone: a discussion. – *J.Sed.Petr.* **47**: 483–484.
- KACHHOLZ, K.-D., WALGER, E. & KUHNIGK, B. (1986): Aufspaltung von Korngrößenverteilungen in lognormale Einzelkomponenten. – *Meyniana* **38**: 21–41.
- VISHER, G.S. (1969): Grain-size distributions and depositional processes. – *J.Sed.Petr.* **39**: 1074–1106.
- WALGER, E. (1962): Die Korngrößenverteilungen von Einzellagen und ihre genetische Bedeutung. *Geol. Rdsch.* **51**: 494–507.

Anschrift des Verfassers:

Dr. Klaus-Dieter Kachholz,
Geologisch-Paläontologisches Institut
und Museum der Universität,
Olshausenstr. 40
D-2300 Kiel